

| Estrellas | Nivel de dificultad |
|-----------|---------------------|
| * | Fáciles |
| ** | Moderados |
| *** | Promedio |
| **** | Difíciles |
| ***** | Muy difíciles |

1. ***Sea $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ en términos generales, sin números, calcule la inversa de A^{-1} , y demuestre que $AA^{-1} = I_2$.
2. *Sea $Z = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{pmatrix}$ investigue cual es la regla para invertir esta matriz y calcular su determinante.
3. **Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ demuestre que $(AB)' = B'A'$.
4. ***Considere la matriz $Z = AB$ donde A y B son matrices de tamaño 2×2 . Demuestre que $Z^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
5. ***Suponga que usted tiene dos matrices cuadradas de tamaño 2. Muestre matemáticamente que $|XW| = |X||W|$. ¿Qué condición sobre las matrices se requiere para que esto se cumpla? Escriba detalladamente su respuesta. Si desea puede colocar un ejemplo numérico. Demuestre matemáticamente sus resultados. Respuestas sin prueban no tienen valor.

6. ***Demuestre que $Var(X + Y)$ depende de la varianza de cada uno de los términos y de su covarianza.
7. *****Suponga que usted tiene la siguiente información de dos variables aleatorias $X \sim iid(2,3)$, $Y \sim iid(4,5)$ y $Cov(X, Y) = 0$. ¿Cuál es el valor de $VAR(XY)$? justifique su respuesta.
8. ****Encuentre la varianza de la variable aleatoria $Z = X + Y + W$, considere que estas variables aleatorias no son independientes.
9. ***Sea W una variable aleatoria conformada por una combinación lineal de la forma $W = c_1 + \frac{c_2 X}{c_3^2}$ donde las c son constantes y X es una variable aleatoria. Encuentre la varianza de W .
10. ***Sean $Z = a_1 X_1 + a_2 X_2$ y $W = a_3 X_1$ dos variables aleatorias, donde las a son constantes y las X variables aleatorias. Encuentre la covarianza entre Z y W .
11. **Considere el sistema de ecuaciones lineales $x + y + z = 5$ $2x + y + z = 10$ y por último $x + 2y + z = 10$. Resuelva el sistema de ecuaciones usando el método de Gauss-Jordan.
12. ***Defina en palabras que es un estimador insesgado y que es un estimador consistente ¿Por qué esto es importante en econometría? Demuestre que $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ es un estimador insesgado y consistente.
13. ****Considere la siguiente relación entre dos variables $y_i = \beta_1 x_i + u_i$. Si se definen dos estimadores de β_1 tales como $\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$ y el otro

estimador $\beta_1^* = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$ demuestre que ambos estimadores son insesgados ¿con cual se quedaría? Justifique su respuesta.

14. ***Un profesor de Econometría encarga a dos de sus estudiantes que elijan la mejor estimación posible de un parámetro dados todos los estimadores propuestos en los libros. El estudiante A y B proponen los siguientes estimadores, ambos insesgados:

A

$$\beta_1^* = 5 \quad \text{Var}(\beta_1^*) = 5 \quad R^2 = 0.86$$

B

$$\widehat{\beta}_1 = 6 \quad \text{Var}(\widehat{\beta}_1) = 4 \quad R^2 = 0.43$$

Como no llegan a un acuerdo sobre un estimador que deben proponer finalmente al profesor, piden un consejo a un tercer amigo, este les dice que utilicen la media de los estimadores es decir 5.5 ¿Cuál de estas tres hubieras elegido tu? Justifica.

15. **Supongamos que en una regresión por OLS de Y contra X el coeficiente estimado de X es 1.2. Menciona si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y justifica:

- Tomando distintas muestras de Y es posible obtener otras estimaciones.
- La distribución de estas estimaciones debe estar centrada entorno a 1.2.

16. **Encuentre la estimación de la constante en el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$, para ello considere que $y_i = \{1,2,3,4\}$ y $x_i = \{1,1,2,2\}$.
17. **Usando MCO calcule el estimador del modelo $y_i = \beta_0 + u_i$ ¿Qué otro nombre recibe este estimador?
18. ***Usando MCO calcule el estimador del modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$ (Pista: considere que ahora $k + 1 = 2$)
19. ***Encuentre los errores del modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$ usando las observaciones $y_i = \{1,2\}$ y $x_i = \{2,1\}$.
20. ***Considere el modelo $y = \alpha + \beta x + u$. Si $E(y|x = 3) = 0$ y $E(y|x = 0) = 3$, encuentre el valor de β .
21. *****Considere el modelo de regresión lineal simple $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$. Donde $y_i \sim iid(\mu_y, \sigma_y^2)$, $x_i \sim iid(\mu_x, \sigma_x^2)$ y $Var(u_i) = \sigma_u^2$. Encuentre el R^2 de esta regresión en función de β_1, σ_x^2 y σ_y^2 . Según sus resultados ¿el R^2 podría ser mayor a uno?
22. ***Considere el modelo de regresión lineal simple $y_i = 5 + 2x_i + u_i$. Donde $y_i \sim iid(0,8)$, $x_i \sim iid(0,1)$. Encuentre el R^2 de esta regresión.
23. *****Sean $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$ los estimadores de MCO de $\ln(y_i) = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 \ln(x_i) + u_i$. Ahora sean $\widetilde{\beta}_0$ y $\widetilde{\beta}_1$ el intercepto y la pendiente de $\ln(cy_i) = \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 \ln(cx_i) + u_i$ ¿Cuál es la relación de $\widetilde{\beta}_0$ y $\widetilde{\beta}_1$ con $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$?

24. **Sea $y = \beta D + u_i$ donde D es una variable dummy. Encuentre el valor de β e interprete sus resultados.
25. ***Suponga que $y = \alpha + \beta D + u_i$ donde D adopta el valor de 2 si la categoría es cierta y de 0 si no lo es. Encuentre las estimaciones de los coeficientes e interprete sus resultados.
26. ***Sea el modelo $y = 5 + 3x + u$. Si se corre el modelo con las variables transformadas $y^* = y/2$ y $x^* = 2x$ ¿Cuál será el valor del intercepto y del coeficiente?
27. ***Si en el modelo de regresión $y_i = \beta_0 + u_i$ la matriz X se define como $X' = (1 \ \dots \ 1)$ se tiene que $\widehat{\beta}_0 = \bar{y}$. Si se define la matriz X como $X' = (\gamma \ \dots \ \gamma)$ donde γ es una constante. Encuentre el estimador de la constante. Muestre su procedimiento.
28. ****Sea el modelo $y = \alpha + \beta \ln(x) + \gamma \ln(x^2) + u_i$ ¿Cómo puede interpretar los coeficientes de esta regresión?
29. **Sea $\ln(y) = \alpha + \beta x + u$. ¿Cómo puede interpretar el coeficiente de esta regresión?
30. *****Cuando $n \rightarrow \infty$ el limite en probabilidad de $plim\left(\frac{\sum x_i^2}{n}\right)$ ¿a qué es igual?
31. ***Para las variables x y y , ambas con media cero, corremos las regresiones de y contra x y de x contra y . Muestre que el producto de

ambos coeficientes de regresión es igual al coeficiente de correlación elevado al cuadrado.

32. **Considere las observaciones (x, y) : $(0,1)$, $(1,1)$ y $(1,0)$. ¿Cuál línea cumple con el criterio de minimizar la suma de errores al cuadrado?
33. **Sea $y = \alpha + u$. ¿Cuál es el valor de α cuando lo estimamos usando infinitas observaciones?
34. **Usando MCO calcule el estimador de la varianza del modelo $y_i = \beta_0 + u_i$. ¿Qué sucede con la varianza cuando cambia el número de individuos?
35. ***Suponga que usted corre el modelo $\text{Salario}_i = \beta_0 + u_i$ donde $u_i \sim \text{iid}(25,10)$. Si usted cuenta con una muestra de tamaño 250 ¿Cuál es aproximadamente el valor de la varianza de β_0 ? Muestre su procedimiento.
36. ***Muestre matemáticamente que en el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 c + u_i$ existe colinealidad perfecta. La variable c es una constante, que no depende del individuo. Este modelo puede verse como $y_i = \beta_0 + \beta_1 \text{Mujer} + u_i$ cuando en la muestra solo existen mujeres. Demuestre matemáticamente sus resultados. Respuestas sin prueban no tienen valor.
37. **Usando MCO calcule el estimador de la varianza del modelo $y_i = \beta_1 x_i + u_i$. ¿Qué sucede cuando cambia el número de individuos?

38. **Suponga que usted tiene un estimador $\omega \sim (1,3)$ si este estimador tiene un ECM de 4, entonces ¿Cuál es su verdadero valor?
39. **Encuentre los eigenvalores usando las siguientes matrices de correlación
- $$\begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
40. ***Sea $y_i = \beta_1 D_i + u_i$ donde D_i es una variable dummy. Existen n_i individuos para los cuales $D_i = 1$. Encuentre el estimador de RIDGE y MCO del parámetro y de su varianza.
41. ***Cuando se estima la varianza de los estimadores de MCO usando homocedasticidad se utiliza la ecuación $Var(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1}X'U'UX(X'X)^{-1}$ el estimador de errores robustos de White propone que el termino intermedio $X'U'UX = \sum_{i=1}^n u_i^2 x_i x_i'$. Demuestre que esta anterior igualdad es cierta para el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$.
42. ***Suponga que usted corre el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 D_i + u_i$, donde la ultima independiente es una dicotoma. Si usted aplica la prueba RESET. ¿Cuántas combinaciones de variables tendría? ¿puede correr la prueba? Explique.
43. ***Suponga que usted tiene los siguientes datos $y_i = \{3,5\}$ y $x_i = \{1,3\}$ si usted estima los parámetros del modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$ por MCG donde $\Omega = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ¿Cuál será el valor de los estimadores? Muestre sus cálculos.

44. ***Suponga que un modelo agregado $y_p = \beta_0 + \beta_1 x_p + u_p$ usted, en lugar de promediar, suma para todas las variables incluida el error ¿existe heterocedasticidad? ¿como es la forma de la matriz omega?
45. *****En clase se estableció que $\widehat{B}^{MCG} = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} Y$. Encuentre este estimador paso minimizando la siguiente expresión $U' P P' U$. ¿Cómo pueden tenerse valores para la matriz Ω^{-1} ? Explique detalladamente. Encuentre el estimador de la matriz de varianza covarianza de los coeficientes usando MCG, para ello asuma que el termino U es homocedastico después de ponderar usando Ω^{-1} . Muestre todos sus cálculos.